Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Visualisierung und Datenanalyse
Lehrstuhl für Computergrafik
Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher

Hauptklausur Computergrafik
WS 2018/2019

08. März 2019

Kleben Sie hier **vor Bearbeitung der Klausur** den Aufkleber auf.

Beachten Sie:

- Trennen Sie vorsichtig die dreistellige Nummer von Ihrem Aufkleber ab. Sie sollten sie gut aufheben, um später Ihre Note zu erfahren.
- Die Klausur umfasst 24 Seiten (12 Blätter) mit 12 Aufgaben.
- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Sie haben **90 Minuten** Bearbeitungszeit.
- Schreiben Sie Ihre Matrikelnummer oben auf jedes bearbeitete Aufgabenblatt.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf die Aufgabenblätter. Bei Bedarf können Sie weiteres Papier anfordern.
- Wir akzeptieren auch englische Antworten.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**Gesamt**
Erreichte Punkte													
Erreichbare Punkte	10	16	9	11	19	26	7	8	18	8	33	15	**180**

Note

Aufgabe 1: Farbe und Perzeption (10 Punkte)

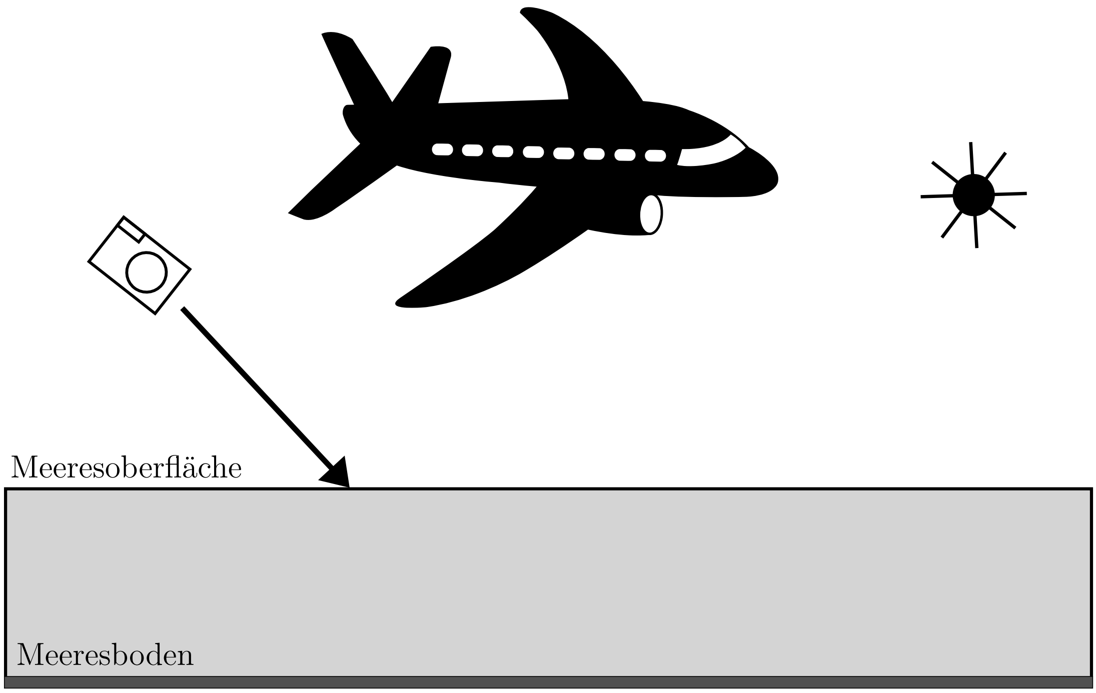
a) Welche Bedeutung haben die Komponenten x, y und Y des xyY-Farbraums? **(2 Punkte)**

b) Welchem Farbeindruck entspricht xyY=$(0.1, 0.8, 1.0)$ in etwa? **(2 Punkte)**

c) Lässt sich jede beliebige saturierte Farbe des XYZ-Farbraums durch eine monochromatische Lichtquelle (eine Wellenlänge) darstellen? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

d) 8-Bit-Bilder speichern in der Regel Skalarwerte, welche vor der Darstellung auf einem Bildschirm potenziert werden. Warum ist dies trotz Wegfall der technischen Ursachen (CRT-Displays) noch immer sinnvoll? Nennen Sie auch das zugrundeliegende Gesetz! **(4 Punkte)**

Aufgabe 2: Whitted-Style Raytracing (16 Punkte)

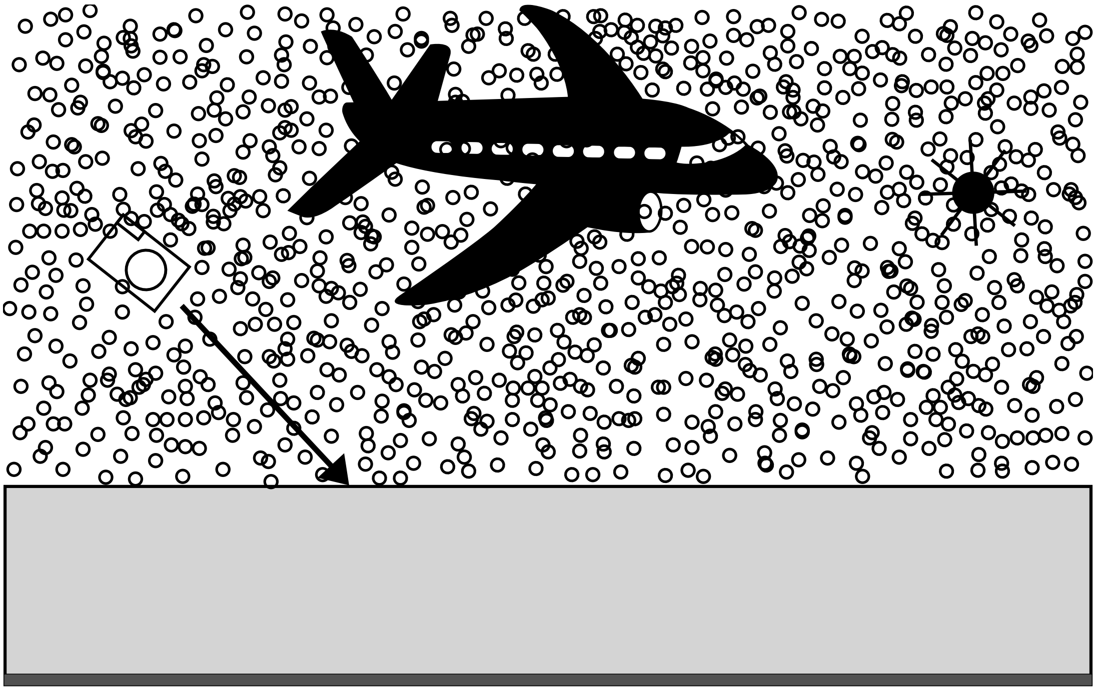


Die obige Abbildung zeigt eine Kamera und eine Punktlichtquelle in einer Szene. In der Szene wurde eine reflektierende und transmittierende Meeresoberfläche, sowie die Sonne als Punktlichtquelle modelliert. Der Meeresboden und ein Flugzeug seien mit diffus reflektierender Oberfläche modelliert Der Brechungsindex der Luft sei 1 für alle Wellenlängen, der Brechungsindex des Wassers sei η_R, η_G, η_B für den Rot-, Grün- und Blaukanal, mit $1 < \eta_R < \eta_G < \eta_B$. Ein Bild der Szene soll mit Whitted-Style Raytracing berechnet werden.

a) Zeichnen Sie für den gegebenen Primärstrahl alle Sekundärstrahlen ein, die beim Whitted-Style Raytracing erzeugt werden und kennzeichnen Sie diese sinnvoll! **(8 Punkte)**

b) Welches Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen eingehender und ausgehender Richtung bei Lichtbrechung? Aus welchen Größen berechnet sich die Ausgangsrichtung? **(4 Punkte)**

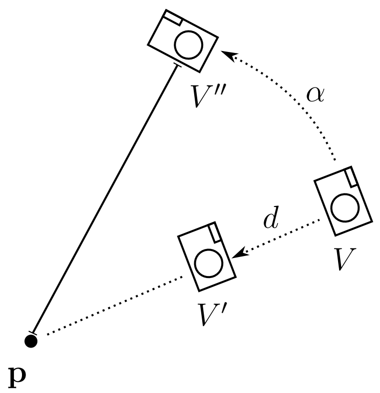
c) Nun werden unzählige Regentropfen in der Luft als kleine transmittierende und reflektierende Kugeln mit glatter Oberfläche modelliert, wie in untenstehender Skizze angedeutet. Der Brechungsindex ist wellenlängenunabhängig. Wie wächst die Anzahl an Sekundärstrahlen, die der Whitted-Style Raytracer für den gegebenen Primärstrahl erzeugt, abhängig von der Rekursionstiefe n des Whitted-Style Raytracers im schlimmsten Fall? Begründen Sie Ihre Antwort kurz! **(4 Punkte)**



Matrikelnummer: ______________________

Aufgabe 3: Transformationen (9 Punkte)

Ein sogenannter Arcball wird verwendet, um 3D-Objekte zu betrachten und berechnet die Kamera-Matrix V. Diese Matrix V transformiert von globalen Koordinaten in Kamerakoordinaten. Dabei ist die Kamera immer auf einen Punkt $\mathbf{p}$ (Pivot) ausgerichtet. Die z-Achse des Kamera-Koordinatensystems zeigt entgegen der Blickrichtung.



a) Die Matrix V der momentanen Konfiguration sei gegeben. Geben Sie die Matrix $Z(d)$ an, die den absoluten Abstand der Kamera zu $\mathbf{p}$ in Kamerakoordinaten um d Längeneinheiten verändert! Für welche d wird der Abstand vergrößert, für welche verkleinert? Wie müssen $Z(d)$ und V multipliziert werden, um die neue Kamera-Matrix V' zu erhalten? **(4 Punkte)**

b) Nun soll die Kamera um das Objekt rotieren. Die neue Kamera-Matrix V'' wird aus $R_x(\alpha)$ und der ursprünglichen Kamera-Matrix V berechnet. Geben Sie die Matrix $R_x(\alpha)$ mit homogenen Koordinaten an, die eine Rotation um die x-Achse mit dem Winkel α beschreibt (die Richtung ist dabei egal)! **(2 Punkte)**

c) Sei M eine Transformationsmatrix mit homogenen Koordinaten. Wie berechnet sich die Matrix N für die korrekte Transformation von Normalen? Welche Eigenschaft einer Normale bewahrt die Transformation mit N gegenüber M? **(3 Punkte)**

Matrikelnummer: ____________________

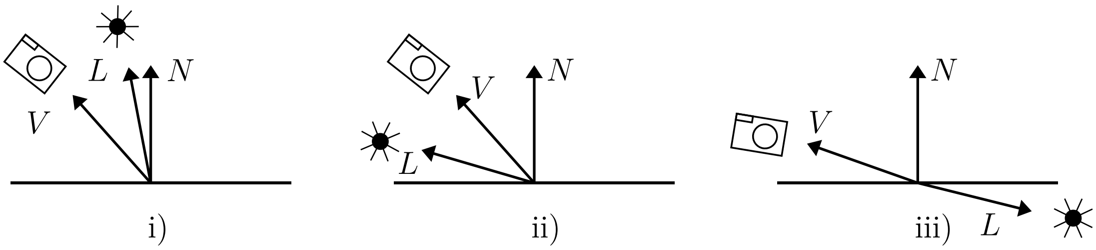
Aufgabe 4: Phong-Beleuchtungsmodell (11 Punkte)

In dieser Aufgabe wird immer das Phong-Beleuchtungsmodell behandelt.

a) Geben Sie den Term des Phong-Beleuchtungsmodells an, der für spekulare Glanzlichter verantwortlich ist! Geben Sie für jede Variable kurz an, wofür sie steht! **(4 Punkte)**

b) Nennen Sie zwei Reflexionsphänomene, die bei echten Materialien auftreten können, aber vom Phong-Beleuchtungsmodell nicht ausgedrückt werden können! **(2 Punkte)**

c) Gegeben sind die folgenden drei Konfigurationen von Normale, Kamera- und Lichtvektor. Die übrigen Variablen des Terms aus a) seien größer als 0. Geben Sie für jede der folgenden Konfigurationen an, ob ein Glanzlicht sichtbar ist oder nicht und begründen Sie Ihre Antwort! Sie dürfen weitere Vektoren einzeichnen, um die Fragen zu beantworten. **(5 Punkte)**



i)

ii)

iii)

Matrikelnummer: ____________________

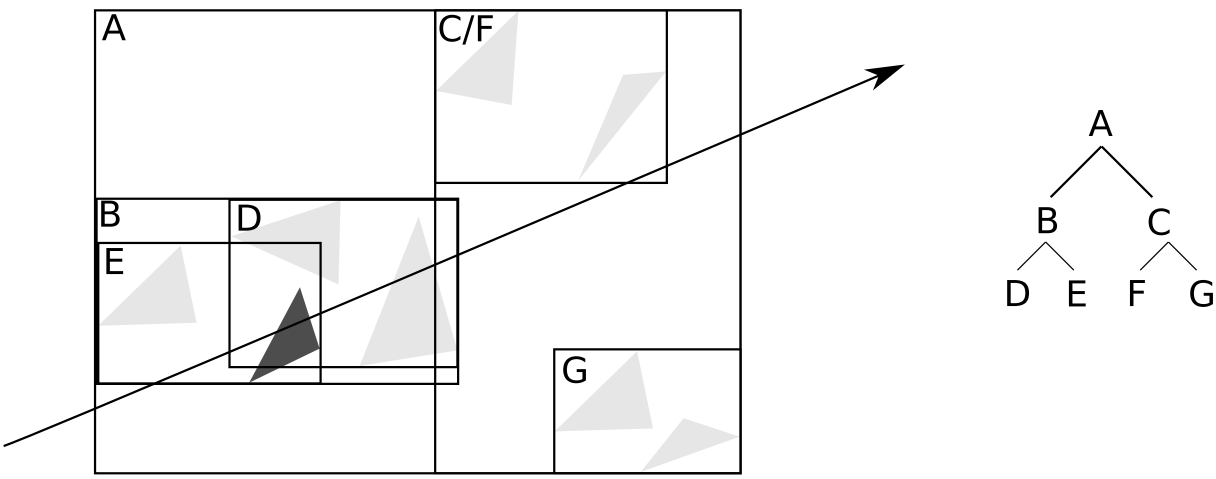
Aufgabe 5: Beschleunigungsstrukturen (19 Punkte)

a) Wofür wird Mailboxing bei Beschleunigungsstrukturen verwendet? **(2 Punkte)**

b) Ist der Einsatz von Mailboxing bei Hüllkörperhierarchien sinnvoll? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

c) Gegeben sei die abgebildete Hüllkörperhierarchie. Die Situation stellt die Traversierung für den eingezeichneten Strahl dar und es wurde ein Schnittpunkt mit dem markierten Dreieck gefunden.

Geben Sie an, welche der Knoten sich in der gegebenen Situation, also direkt nachdem der Schnitt gefunden wurde, auf dem Traversierungsstack befinden müssen, wenn das Traversierungsschema benutzt wird, das Sie aus der Vorlesung kennen! Geben Sie für jeden Knoten, der auf dem Stack liegt, an, ob er bereits in der aktuellen Situation korrekt von der Traversierung ausgeschlossen werden könnte und begründen Sie Ihre Antwort! **(6 Punkte)**



d) Lassen sich Hüllkörperhierarchien auch mittels Hüllkugeln realisieren? Falls ja, welcher Nachteil würde sich ergeben? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

e) Ein Wald ist aus tausenden identischen Bäumen, die jeweils aus Millionen von Dreiecken bestehen, modelliert. Für das Baummodell ist bereits eine Beschleunigungsstruktur mit Hüllkörpern vorhanden. Wie können Sie daraus eine laufzeit- und speichereffiziente Datenstruktur für die Schnittberechnung mit dem ganzen Wald aufbauen? **(6 Punkte)**

Matrikelnummer: ____________________

Aufgabe 6: Baryzentrische Koordinaten und Texturen (26 Punkte)

a) Gegeben sei ein Dreieck mit Eckpunkten $\mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}, \mathbf{p_3}$ und ein Punkt $\mathbf{p}$ auf der durch $\mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}, \mathbf{p_3}$ aufgespannten Ebene. $\mathbf{p}$ hat die Baryzentrischen Koordinaten $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

i) Welche Beziehung gilt für den Punkt $\mathbf{p}$ und $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ bezüglich der Eckpunkte des Dreiecks? **(3 Punkte)**

ii) Wie lässt sich λ_2 aus vorzeichenbehafteten Flächeninhalten und $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ berechnen? **(3 Punkte)**

iii) Müssen für eine perspektivisch-korrekte Interpolation von Farben und Texturkoordinaten die Flächeninhalte der 2D-Projektion oder die des 3D-Primitivs herangezogen werden? Begründen Sie Ihre Antwort! **(3 Punkte)**

b) Die Texturkoordinaten der Eckpunkte $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ des Dreiecks seien $(s_1, t_1), (s_2, t_2)$ und (s_3, t_3). Geben Sie die Formel an, mit der Sie die Texturkoordinaten (s, t) des Punktes $\mathbf{p}$ berechnen können! **(3 Punkte)**

c) Nennen Sie drei Beispiele, wie Texturkoordinaten außerhalb des Bereichs $[0, 1]$ verwendet werden können! **(3 Punkte)**

d) Gegeben sei eine Textur in Bildschirmauflösung $b \times h$. Was passiert, wenn Sie diese Textur mit bilinearer Interpolation über dem vollen Bildbereich darstellen, wobei jeder Bildschirmpixel $(i, j) \in [0, b-1] \times [0, h-1]$ die Texturkoordinaten $(s_i, t_j) = (i/b, j/h)$ erhält? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2 Punkte)**

e) Zur Vermeidung von Aliasing-Artefakten bei der Texturdarstellung wird Mip Mapping eingesetzt. Dafür wird der Frequenzinhalt von Texturen in einer Vorberechnung mit Tiefpassfiltern reduziert.

i) Warum können die tiefpassgefilterten Texturvarianten in niedrigeren Auflösungen gespeichert werden? **(3 Punkte)**

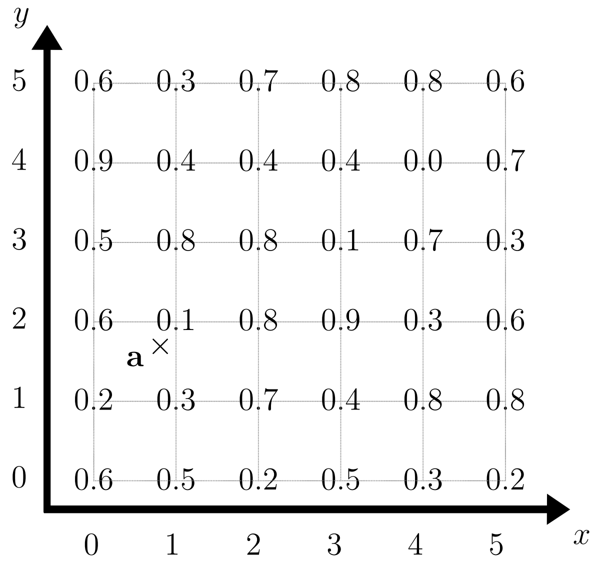
ii) Wie wird bei Mip Mapping einer 3D-Textur interpoliert? (*Hinweis*: auch *quadrilineare* Interpolation genannt.) **(2 Punkte)**

iii) In der Übung haben Sie Schattierungstechniken basierend auf *Environment Maps* kennengelernt. Welche Komponente eines typischen Beleuchtungsmodells lässt sich durch Mip Mapping einer Environment Map sinnvoll approximieren? Was wäre bei der Schattierung zu tun? Woraus berechnet sich die Texturkoordinate für den Zugriff auf die Environment Map? **(3 Punkte)**

iv) Nennen Sie ein Aliasing-Artefakt, das bei der Rasterisierung von Geometrie auftritt und sich nicht durch Mip Mapping vermeiden lässt! **(1 Punkt)**

Aufgabe 7: Rauschfunktionen (7 Punkte)

Gegeben ist eine zweidimensionale über einem Gitter definierte Rauschfunktion (Lattice Value Noise) $n(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^2 \to [0, 1]$. Die unten stehende Abbildung zeigt die Werte der zugrundeliegenden Zufallszahlen an den Gitterpunkten ($\mathbb{Z}^2$). Der Wert der Rauschfunktion ergibt sich durch bilineare Interpolation der vier umgebenden Gitterpunkte.



a) Welcher Term beschreibt den Wert der Rauschfunktion am Punkt $\mathbf{a} = (0.86, 1.75)$? Der Term soll nur Zahlen enthalten, keine Variablen, und muss nicht zum finalen Wert ausgewertet werden. **(3 Punkte)**

$n(\mathbf{a}) =$

b) Wie können Sie aus n eine Rauschfunktion $n'(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^2 \to [0, 1]$ erzeugen, deren maximale Frequenz doppelt so hoch ist wie die von n? Werten Sie n' für $\mathbf{a}$ aus! **(4 Punkte)**

$n'(\mathbf{p}) =$

$n'(\mathbf{a}) =$

Matrikelnummer: ____________________

Aufgabe 8: Distanzfunktionen (8 Punkte)

In dieser Aufgabe wird eine opake Kugel mit Radius r und Zentrum $\mathbf{c}$ durch eine Distanzfunktion beschrieben.

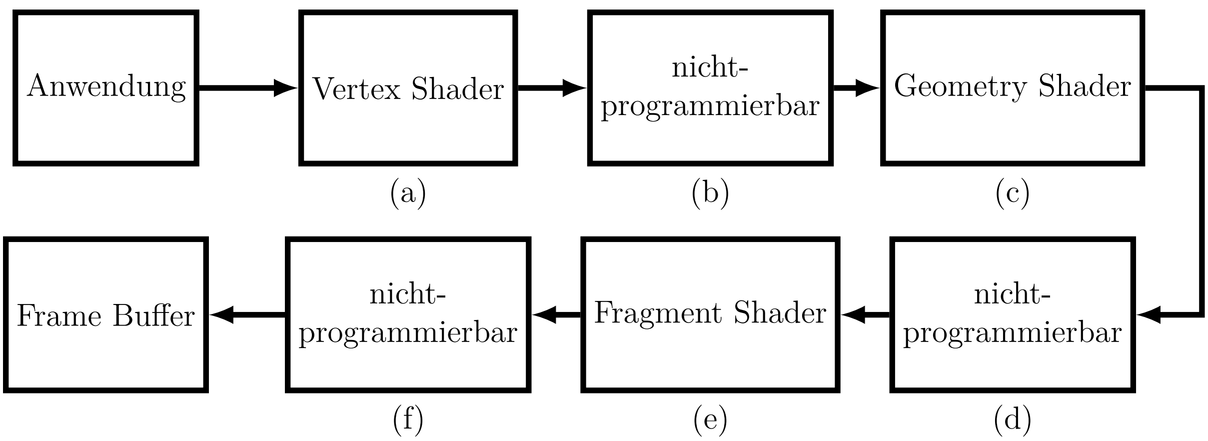
a) Geben Sie eine vorzeichenbehaftete Distanzfunktion f an, die diese Kugel beschreibt! **(3 Punkte)**

$f(\mathbf{p}) =$

b) Welche effiziente Methode haben Sie in der Vorlesung kennengelernt, um den Schnittpunkt eines Strahls mit einem durch eine Distanzfunktion beschrieben Objekt zu finden? Welche Eigenschaft der Distanzfunktion macht sich diese Methode zu Nutze, und wie? **(5 Punkte)**

Aufgabe 9: OpenGL - Pipeline (18 Punkte)

Gegeben sei der folgende Ausschnitt der OpenGL-Pipeline. Die Tessellierungsfunktionalität wird in dieser Aufgabe nicht betrachtet.



a) Nennen Sie für jede nicht-programmierbare Stufe *eine* Aufgabe, die dort ausgeführt wird! **(3 Punkte)**

(b)

(d)

(f)

b) Zur Berechnung eines Bildes werden die folgenden Befehle ausgeführt. Geben Sie jeweils an, welche Stufe der Pipeline direkt durch den OpenGL-Aufruf konfiguriert wird bzw. welche Stufe die übergebenen Daten als Eingabe erhält! **(3 Punkte)**

- `glEnable(GL_DEPTH_TEST);`

- `glVertexAttribPointer(...);`

- `glEnable(GL_CULL_FACE);`

Matrikelnummer: ____________________

c) Die Geometrie soll von einem lokalen Koordinatensystem in Kamerakoordinaten transformiert werden. Nennen Sie zwei Stufen, in denen diese Transformation möglich ist, und vergleichen Sie kurz den notwendigen Rechenaufwand! **(4 Punkte)**

d) Anhand der Reihenfolge der Vertices in einem Primitiv (*winding order*) kann festgestellt werden, ob die Vorder- oder Rückseite des Primitivs zur Kamera zeigt. Nennen Sie eine Stufe der Pipeline, in welcher *Sie selbst* die Orientierung bestimmen können, und warum! **(3 Punkte)**

e) In welcher Pipelinestufe wird das Beleuchtungsmodell bei Gouraud- und Phong-Shading ausgewertet? Welche Werte werden über der Dreiecksfläche interpoliert? **(5 Punkte)**

- Gouraud Shading:

- Phong Shading:

Aufgabe 10: Blending und Stencil-Test (8 Punkte)

Die OpenGL-Pipeline ist konfiguriert mit:

```
glDisable(GL_DEPTH_TEST);
glEnable(GL_BLEND);
glBlendFunc(GL_DST_ALPHA, GL_ONE);
glBlendEquation(GL_ADD);
glStencilFunc(GL_GREATER, 1, 1);
glStencilOp(GL_DECR, GL_INCR, GL_KEEP);
```

Beim Rasterisieren gibt der Fragment-Shader den Farbwert RGBA $= (0.4, 1.0, 0.7, 0.5)$ für einen Pixel aus. Im Framebuffer steht für diesen Pixel bereits die Farbe RGBA $=$ $(0.1, 0.3, 0.5, 0.2)$ und der Stencil-Wert 1. Welche Farbe enthält der Framebuffer und welchen Wert der Stencil-Buffer anschließend jeweils, wenn mit `glDisable(GL_STENCIL_TEST)` gezeichnet wird, und wenn stattdessen mit `glEnable(GL_STENCIL_TEST)` gezeichnet wird? **(8 Punkte)**

- `glDisable(GL_STENCIL_TEST);`

- `glEnable(GL_STENCIL_TEST);`

Aufgabe 11: Raycasting von beleuchteten Kugeln (33 Punkte)

In dieser Aufgabe soll ein Bild einer Szene, die aus einer dynamischen Anzahl von weißen Kugeln und bunten Punktlichtquellen besteht, durch Raycasting in GLSL Shadern berechnet werden. Dazu sind die folgenden beiden Hilfsmethoden gegeben:

Mit `isect(...)` können Sie einen parametrisierten Strahl der Form $r(t) = eye + t \cdot dir$ mit einer Kugel gegeben durch `center` und `radius` schneiden:

```
bool isect(vec3 eye, vec3 dir, vec3 center, float radius, out float t);
```

Gibt es Schnittpunkte in Strahlrichtung ($t > 0$), so enthält `t` den Abstand entlang des Strahls bis zum ersten Schnittpunkt und es wird `true` zurückgegeben, sonst wird `false` zurückgegeben.

Zur Beleuchtungsberechnung können Sie die Funktion `shade(...)` verwenden:

```
vec3 shade(vec3 position, vec3 normal, vec3 light_position, vec3 intensity);
```

Diese Funktion benötigt eine Position, eine Oberflächennormale, eine Lichtposition und eine Lichtintensität und gibt einen RGB Farbwert zurück.

a) Füllen Sie zunächst die Hilfsmethode `isect_all` auf der nächsten Seite aus. Diese Methode soll alle Kugeln der Szene auf einen Schnittpunkt prüfen und den nächsten Schnittpunkt in Strahlrichtung bestimmen. Falls ein solcher Schnittpunkt existiert, soll die Methode `true` zurückgeben und in `t` den Abstand und in `idx` den Index der nächsten Kugel in Strahlrichtung schreiben. Falls nicht, soll die Methode `false` zurückgeben. **(15 Punkte)**

```
uniform int num_spheres; // Anzahl Kugeln

buffer spheres_buffer
{
  vec4 spheres[]; // Position x, y, z und Radius w
};

bool isect(vec3 eye, vec3 dir, vec3 center, float radius, out float t);

bool isect_all(vec3 eye, vec3 dir, out int idx, out float t)
{








}
```

b) Implementieren Sie nun den Fragment-Shader, der mittels Raycasting die nächstgelegene Kugel findet und mit den *nicht verschatteten* Lichtquellen der Szene beleuchtet! Wird keine Kugel geschnitten, soll das Fragment verworfen werden. Sie dürfen Ungenauigkeiten aufgrund der Gleitkomma-Darstellung ignorieren. **(18 Punkte)**:

```
in vec3 eye; // Strahlursprung
in vec3 dir; // Interpolierte Blickrichtung

uniform int num_spheres; // Anzahl Kugeln
uniform int num_lights;  // Anzahl Lichtquellen

buffer spheres_buffer { vec4 spheres[]; }; // Position x, y, z und Radius w

buffer lights_color_buffer { vec3 l_col[]; }; // Lichtfarbe r, g, b

buffer lights_buffer { vec3 l_pos[]; }; // Lichtposition x, y, z

bool isect_all(vec3 eye, vec3 dir, out int idx, out float t);

vec3 shade(vec3 position, vec3 normal, vec3 light_position, vec3 intensity);

out vec3 fragColor;

void main()
{
    float t;
    int idx;








}
```

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 11:

Matrikelnummer: ____________________

Aufgabe 12: Bézier-Kurven (15 Punkte)

Gegeben sind die kubischen Bézier-Kurven $\mathbf{a}(u) = \sum_{i=0}^{3} \mathbf{a_i} B_i^3(u)$, $\mathbf{b}(u) = \sum_{i=0}^{3} \mathbf{b_i} B_i^3(u)$ und $\mathbf{c}(u) = \sum_{i=0}^{3} \mathbf{c_i} B_i^3(u)$ mit den Bernstein-Polynomen $B_i^3(u)$ und den folgenden Kontrollpunkten, die auf der nächsten Seite dargestellt sind:

$$\mathbf{a_0} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{a_1} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}, \ \mathbf{a_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}, \ \mathbf{a_3} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

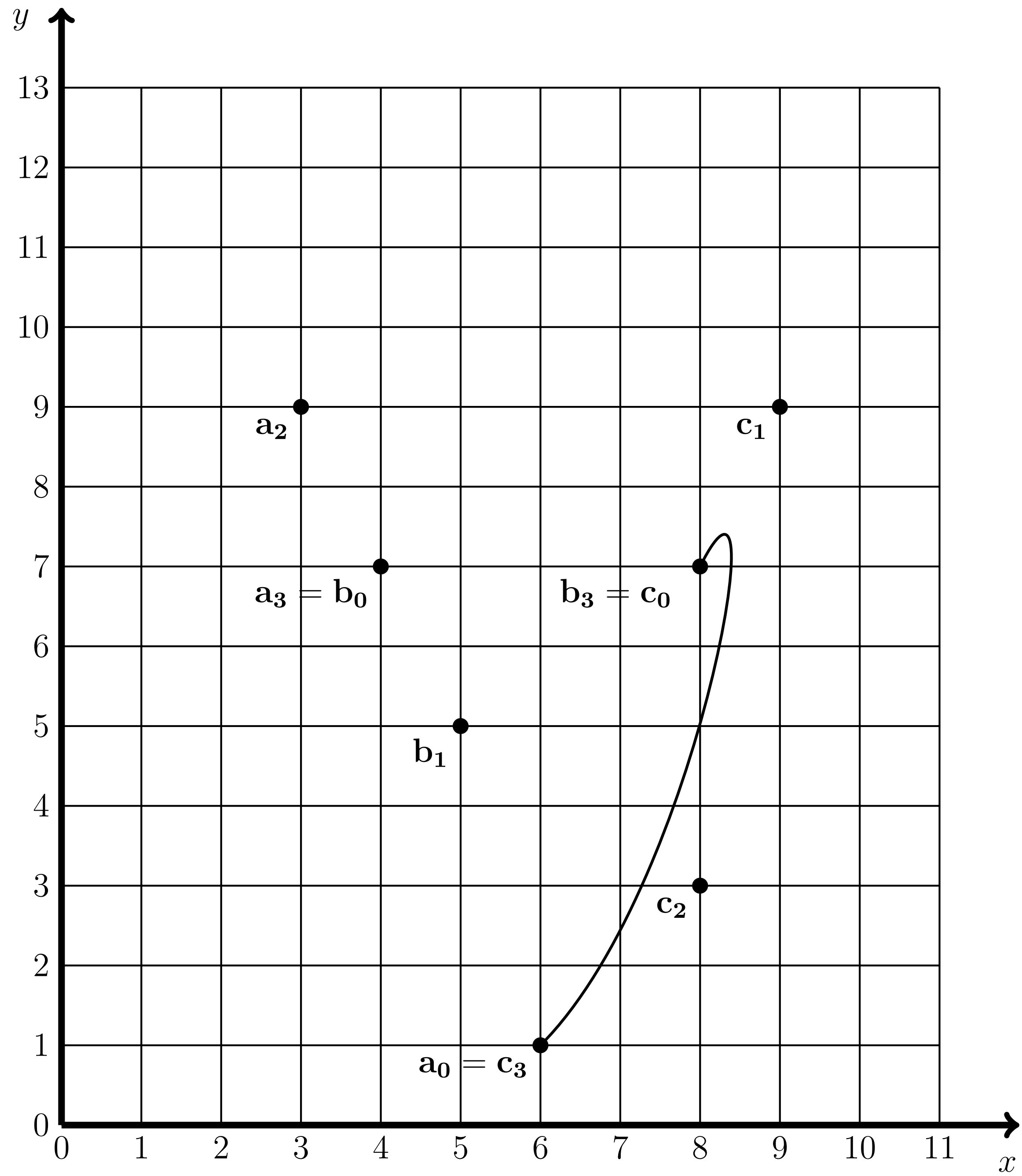
$$\mathbf{b_0} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \ \mathbf{b_1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \ \mathbf{b_2} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}, \ \mathbf{b_3} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{c_0} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}, \ \mathbf{c_1} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}, \ \mathbf{c_2} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \mathbf{c_3} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie $\mathbf{b_2}$, sodass der aus $\mathbf{b}(u)$ und $\mathbf{c}(u)$ zusammengesetzte Spline C^1-stetig ist! **(3 Punkte)**

b) Werten Sie die Kurve $\mathbf{b}$ auf der nächsten Seite zeichnerisch für $u = 0.5$ aus, wie Sie es in der Vorlesung kennengelernt haben! **(3 Punkte)**

c) Bestimmen Sie $\mathbf{a_1}$ zeichnerisch oder rechnerisch, sodass der aus $\mathbf{a}(u)$ und $\mathbf{b}(u)$ zusammengesetzte Spline C^2-stetig ist! **(5 Punkte)**



d) Welcher Punkt auf der aus $\mathbf{a}(u)$, $\mathbf{b}(u)$ und $\mathbf{c}(u)$ zusammengesetzten Kurve hat die geringste Stetigkeit? Welche Stetigkeit ist das? Hinweis: Zur Hilfe können Sie sich die Kurven $\mathbf{a}(u)$ und $\mathbf{b}(u)$ skizzieren. **(4 Punkte)**